Materiał nauczania i przewidywane umiejętności uczniów

Klasa 1

(3 godziny tygodniowo, razem 105 godzin)

Treści nauczania

I. Liczby

1. Działania w zbiorze liczb rzeczywistych, prawa i kolejność wykonywania działań
2. Wzory skróconego mnożenia: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ oraz a^2-b^2
3. Wyłączanie wspólnego czynnika poza nawias w sumach algebraicznych
4. Liczby naturalne i całkowite, liczby pierwsze i liczby złożone
5. Liczby rzeczywiste, zapis dziesiętny liczby rzeczywistej, zamiana ułamków dziesiętnych okresowych na ułamki zwykłe
6. Potęga o wykładniku naturalnym i całkowitym oraz jej własności, potęga: iloczynu i ilorazu potęg; mnożenie i dzielenie potęg przy takich samych podstawach
7. Potęga o wykładniku wymiernym
8. Pierwiastki kwadratowe i sześcienne, pierwiastki wyższych stopni (w tym pierwiastki nieparzystego stopnia z liczb ujemnych), związek pierwiastkowania z potęgowaniem, prawa działań pierwiastkach
9. Potęga o wykładniku wymiernym; własności monotoniczności potęgowania
10. Pojęcie logarytmu, własności logarytmów, związek logarytmowania z potęgowaniem, logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi

II. Równania i nierówności

1. Równoważność równań i równoważność nierówności
2. Nierówności liniowe, układ nierówności liniowych z jedną niewiadomą
3. Oś liczbowa, przedziały liczbowe
4. Działania na zbiorach
5. Wartość bezwzględna liczby, jej interpretacja algebraiczna i geometryczna
6. Równania i nierówności z wartością bezwzględną typu: $|x+a|=b$, $|x+a|<b$, $|x+a|\geq b$
7. Układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi, interpretacja układu równań oznaczonych, sprzecznych i nieoznaczonych (bez interpretacji geometrycznej), rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania i metodą przeciwnych współczynników
8. Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań tekstowych osadzonych w kontekście praktycznym

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

III. Funkcje i ich własności

1. Definicja funkcji jako przyporządkowania $y = f(x)$, przykłady funkcji, funkcje używane w statystyce opisowej, tabele, diagramy, funkcje opisujące zjawiska przyrodnicze, ekonomiczne, socjologiczne itp.
2. Dziedzina funkcji, zbiór wartości funkcji, wyznaczanie dziedziny funkcji liczbowej określonej wzorem (także różnymi wzorami na różnych przedziałach)
3. Definicja wykresu funkcji liczbowej, wykresy funkcji opisujące zależności w gospodarce i życiu codziennym – uwzględnienie różnych jednostek na osiach; odczytywanie z wykresu funkcji jej dziedziny i zbioru wartości oraz wartości największej (najmniejszej) osiąganej przez funkcję w dziedzinie lub w określonym przedziale; odczytywanie z wykresu argumentów, dla których funkcja przyjmuje określone wartości: $(f(x) = m,\ f(x) > m,\ f(x) < m)$
4. Miejsce zerowe funkcji, odczytywanie z wykresu funkcji jej miejsc zerowych
5. Definicja funkcji monotonicznej na przedziale $(a; b)$, wyznaczanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu
6. Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$, jej wykres i własności wykorzystywane do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi
7. Przesunięcie wykresu funkcji $y = f(x)$ wzdłuż osi układu współrzędnych: $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$
8. Przekształcanie wykresu funkcji $y = f(x)$ przez symetrie względem osi układu współrzędnych: $y = -f(x)$, $y = f(-x)$
9. Wykresy funkcji $y = f(x - p) + q$

IV. Funkcja liniowa

1. Od proporcjonalności prostej do funkcji $y = ax$
2. Funkcja liniowa, interpretacja jej współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego; rysowanie wykresów funkcji liniowych; przesunięcie wykresu funkcji liniowej $f(x) = ax$ wzdłuż osi układu współrzędnych; punkty przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych
3. Monotoniczność funkcji liniowej
4. Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej na podstawie jej wykresu (wykorzystywanie interpretacji współczynnika kierunkowego i wyrazu wolnego)
5. Równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty; współczynnik kierunkowy prostej
6. Współliniowość punktów
7. Równanie prostej w postaci ogólnej
8. Geometryczna interpretacja układów dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi
9. Wzajemne położenie dwóch prostych, wyznaczanie równania prostej o zadanych własnościach, jak: znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

V. Funkcja kwadratowa I

1. Szkicowanie wykresu funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej
2. Interpretacja współczynników występujących we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej; współrzędne wierzchołka paraboli
3. Dla kolejno wprowadzanych postaci funkcji i ich wykresów: $f(x)=ax^2$ $(a \neq 0)$, $y=ax^2+q$, $y=a(x-p)^2$, $y=a(x-p)^2+q$ odczytywanie z wykresu: dziedziny, zbioru wartości, wartości największych i wartości najmniejszych w dziedzinie lub na określonym przedziale, przedziałów monotoniczności, równania osi symetrii paraboli, liczby miejsc zerowych
4. Postać ogólna funkcji kwadratowej $y=ax^2+bx+c$, wyprowadzenie wzoru $y=a\left(x-\frac{-b}{2a}\right)^2+\frac{-\Delta}{4a}$

VI. Figury na płaszczyźnie I

1. Figury wypukłe i niewypukłe
2. Liczba przekątnych w *n*-kącie wypukłym
3. Nierówność trójkąta
4. Trójkąty: ostrokątne, prostokątne, rozwartokątne; symetralna boku, dwusieczna kąta, wysokość, środkowa; twierdzenie o sumie kątów trójkąta; kąt zewnętrzny trójkąta
5. Przystawanie figur; przykłady cech przystawania figur na płaszczyźnie (odcinki, kwadraty, okręgi, kąty itp.)
6. Cechy przystawania trójkątów

Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy pierwszej uczniowie powinni:

- wykonywać działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- stosować wzory skróconego mnożenia: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ oraz a^2-b^2;
- wyłączać wspólny czynnik poza nawias w sumach algebraicznych;
- przeprowadzać proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia;
- znać dowód na istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych;
- przedstawiać liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego), z użyciem symboli pierwiastków, potęg;
- zamieniać ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne okresowe i odwrotnie;
- porównywać liczby rzeczywiste;
- dowodzić niewymierności np. liczby $\sqrt{2}$;

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

- stosować własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych; stosować prawa działań na pierwiastkach (pierwiastek z iloczynu lub ilorazu dwóch liczb, włączanie liczby pod znak pierwiastka lub wyłączanie liczby spod znaku pierwiastka);
- stosować związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- obliczać potęgi o wykładnikach wymiernych;
- stosować prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych: $a^p \cdot a^r = a^{p+r}$, $\frac{a^p}{a^r} = a^{p-r}$, $\left(a^p\right)^r = a^{p \cdot r}$, $(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$, $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$;
- korzystać z podstawowych własności potęg (również w kwestiach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką);
- stosować własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $a^x < a^y$, a jeśli $x < y$ i $0 < a < 1$, to $a^x > a^y$;
- korzystać z pojęcia logarytmu;
- stosować związek logarytmowania z potęgowaniem;
- stosować w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;
- przekształcać równania lub nierówności w sposób równoważny;
- interpretować równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
- używać pojęcia przedziału liczbowego, zaznaczać przedziały na osi liczbowej;
- wyznaczać część wspólną, sumę oraz różnicę przedziałów liczbowych;
- sprawdzać, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;
- rozwiązywać nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą oraz ich układy i zapisywać wyniki w postaci przedziałów liczbowych;
- obliczać wartość bezwzględną liczb;
- stosować interpretację geometryczną wartości bezwzględnej;
- rozwiązywać równania typu: $|x+4| = 5$, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 5$, $|x+4| = 5 - x$ oraz nierówności typu: $|x-2| < 3$, $|x+3| \geq 4$;
- interpretować układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi: oznaczonych, sprzecznych i nieoznaczonych;
- rozwiązywać układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi;
- stosować układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
- określać funkcje za pomocą: wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- obliczać wartość funkcji danej wzorem algebraicznym;
- odczytywać i interpretować wartości funkcji określonych za pomocą: tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

- obliczać ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu; wyznaczać (poznanymi metodami rozwiązywania równań) argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość;
- rysować wykresy funkcji liczbowych danych tabelą;
- odczytywać z wykresu funkcji jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby (w szczególności liczbę rozwiązań równania $f(x)=m, m \in R$, rozwiązania nierówności: $f(x)>0$, $f(x)<0$);
- znajdować na podstawie wykresu funkcji jej wartości największe (najmniejsze) w dziedzinie lub jej podzbiorze (w szczególności w przedziale domkniętym);
- szkicować wykres funkcji $f(x)=\frac{a}{x}$ dla danego *a,* korzystać ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;
- przekształcać wykresy funkcji (przesunięcia i symetrie względem osi układu);
- rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;
- wyznaczać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub jej wykresie;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- wykorzystywać własności funkcji liniowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- posługiwać się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaciach kierunkowej i ogólnej;
- podawać interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- wyznaczać równanie prostej o danych własnościach (jak: przechodzenie przez dwa punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej);
- rozpoznawać wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajdować wspólny punkt dwóch prostych, jeśli istnieje;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej;
- szkicować wykres funkcji kwadratowej na podstawie jej wzoru;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej;
- wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub jej wykresie;
- rozpoznawać figury wypukłe;
- znać zależność między liczbą boków a liczbą przekątnych wielokąta wypukłego;
- stosować cechy przystawania trójkątów;
- przeprowadzać dowody geometryczne z zastosowaniem poznanych własności figur.

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

Klasa 2

(4 godziny tygodniowo, razem 140 godzin)

Treści nauczania

I. Funkcja kwadratowa II

1. Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej
2. Miejsca zerowe funkcji kwadratowej; wyróżnik trójmianu kwadratowego i związek jego znaku z liczbą miejsc zerowych funkcji kwadratowej; postać iloczynowa funkcji kwadratowej
3. Równanie kwadratowe niepełne: $x^2 + a = 0$, $x^2 + bx = 0$; rozwiązywanie równań kwadratowych z wykorzystaniem wzorów na miejsca zerowe funkcji kwadratowej
4. Nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą
5. Przykłady równań wyższych stopni i równań wymiernych prowadzących do równań liniowych lub kwadratowych
6. Przykłady układów równań, z których jedno jest kwadratowe, a drugie – liniowe
7. Wyznaczanie punktów przecięcia prostych i paraboli (jeśli istnieją)
8. Wyznaczanie równania paraboli o danych własnościach

II. Wielomiany i wyrażenia wymierne

1. Wielomian jednej zmiennej, stopień wielomianu, wielomiany równe
2. Działania w zbiorze wielomianów: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, redukcja wyrazów podobnych
3. Wzory skróconego mnożenia: $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, a^3+b^3, a^3-b^3, a^n-b^n
4. Równania wielomianowe
5. Rozkład wielomianu na czynniki
6. Dzielenie wielomianów
7. Twierdzenie Bézouta i jego zastosowanie
8. Pierwiastki wielokrotne
9. Jednomian i wielomian wielu zmiennych
10. Wyrażenia wymierne, działania na wyrażeniach wymiernych
11. Równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)}=0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ zapisano w postaci iloczynowej

III. Figury na płaszczyźnie II

1. Symetria środkowa, symetria osiowa, twierdzenia o punktach przecięcia symetralnych boków, dwusiecznych kątów, środkowych i wysokości w trójkącie
2. Wielokąty foremne i ich podstawowe własności
3. Okręgi i proste, twierdzenie o odcinkach stycznych

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

4. Środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie
5. Kąty w kole (kąt środkowy, kąt wpisany, kąt między styczną a cięciwą)
6. Pola i obwody figur
7. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym (twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa)
8. Twierdzenie Talesa, twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa
9. Jednokładność
10. Podobieństwo, cechy podobieństwa trójkątów

IV. Trygonometria I

1. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego
2. Związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego
3. Zastosowania funkcji trygonometrycznych
4. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego
5. Własności funkcji trygonometrycznych

V. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

1. Własności logarytmów – powtórzenie
2. Działania na potęgach i logarytmach – powtórzenie
3. Funkcja wykładnicza $f(x)=a^x$, jej wykres i własności wykorzystywane do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi
4. Funkcja logarytmiczna $f(x)=\log_a x$, jej wykres i własności wykorzystywane do opisu i interpretacji zagadnień związanych z zastosowaniami praktycznymi

Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy drugiej uczniowie powinni:

- wyznaczać największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- rozwiązywać zadania optymalizacyjne w sytuacjach, które można opisać funkcją kwadratową;
- wyprowadzać wzory na miejsca zerowe funkcji kwadratowej;
- wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaciach: kanonicznej, ogólnej i iloczynowej (jeśli istnieje);

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

- odczytywać z wykresu własności funkcji kwadratowej: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, rozwiązania nierówności: $f(x) > 0,\ f(x) < 0$;
- rozwiązywać równania kwadratowe niepełne oraz równania kwadratowe, które można sprowadzić do postaci iloczynowej, np. stosując wzory skróconego mnożenia: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $a^2 - b^2$; rozwiązywać równania kwadratowe, korzystając ze wzorów na miejsca zerowe funkcji kwadratowej;
- rozwiązywać metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest kwadratowe, a drugie – liniowe, postaci $\begin{cases} ax+by=e \\ x^2+y^2+cx+dy=f \end{cases}$ lub $\begin{cases} ax+by=e \\ y=cx^2+dx+f \end{cases}$;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
- wykorzystywać własności funkcji kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- dodawać, odejmować i mnożyć wielomiany jednej i wielu zmiennych;
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- obliczać wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);
- stosować wzory skróconego mnożenia: $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, a^3+b^3, a^3-b^3, a^n-b^n, w szczególności znosić niewymierność z mianownika;
- wyłączać jednomian z sumy algebraicznej poza nawias; rozkładać wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias i metodą grupowania wyrazów;
- rozwiązywać równania wielomianowe, które można doprowadzić do postaci równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe;
- rozwiązywać równania wielomianowe postaci $W(x)=0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takie, które można doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias i metodą grupowania;
- dzielić wielomian jednej zmiennej $W(x)$ przez dwumian postaci $x-a$;
- znać dowód i stosować twierdzenie (Bézouta) o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x-a$ wraz ze wzorami rekurencyjnymi na współczynniki ilorazu i resztę (algorytm Hornera – dowód można przeprowadzić w szczególnym przypadku, np. dla wielomianu czwartego stopnia);
- znajdować pierwiastki całkowite wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- wyznaczać dziedzinę wyrażenia wymiernego; dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne; skracać wyrażenia wymierne;
- rozwiązywać równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)}=0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej;
- stosować własności symetrii środkowej, symetrii osiowej;

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

- wskazywać w trójkącie podstawowe punkty szczególne: ortocentrum, środek ciężkości; korzystać z ich własności;
- udowodnić twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- rozpoznawać trójkąty: ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa);
- korzystać z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;
- rozpoznawać wielokąty foremne i korzystać z ich podstawowych własności;
- wyznaczać promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, także z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
- korzystać z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;
- udowodnić twierdzenia o kątach w okręgu:
  a) kąt wpisany jest połową kąta środkowego opartego na tym samym łuku;
  b) kąty wpisane są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są oparte na równych łukach;
- stosować związki pomiędzy: kątem środkowym, kątami wpisanymi i kątem między styczną a cięciwą koła (wyznaczonymi przez ten sam łuk);
- udowodnić twierdzenie: Jeśli odcinek *CD* jest wysokością trójkąta prostokątnego *ABC* o kącie prostym *ACB*, to $|AD|\cdot|BD|=|CD|^2$, $|AC|^2=|AB|\cdot|AD|$ oraz $|BC|^2=|AB|\cdot|BD|$;
- stosować twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa;
- korzystać z cech podobieństwa trójkątów;
- korzystać z zależności między obwodami i między polami figur podobnych;
- przeprowadzać dowody geometryczne;
- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°, w szczególności wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30°, 45°, 60°;
- stosować proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi: $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$, $\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ oraz $\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$;
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- wyznaczać miarę kąta, znając wartość funkcji trygonometrycznej tego kąta;
- znając wartość jednej funkcji trygonometrycznej kąta, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w obliczeniach geometrycznych;
- sporządzać wykresy funkcji wykładniczej (o różnych podstawach) i opisywać jej własności;
- korzystać z funkcji wykładniczych do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych, a także w kwestiach osadzonych w kontekście praktycznym;
- sporządzać wykresy funkcji logarytmicznej (o różnych podstawach) i opisywać jej własności;

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

- korzystać z funkcji logarytmicznych do opisu zjawisk fizycznych i chemicznych, a także w kwestiach osadzonych w kontekście praktycznym;

Klasa 3

(3 godziny tygodniowo, razem 105 godzin)

Treści nauczania

I. Trygonometria II

1. Twierdzenie sinusów, twierdzenie o dwusiecznej
2. Twierdzenie cosinusów
3. Pola wielokątów, wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$, pole i obwód koła; obliczanie pól, obwodów oraz związków miarowych z zastosowaniem poznanych wzorów i zależności trygonometrycznych
4. Obliczanie pól i obwodów figur, w tym pola wycinka koła i długości łuku okręgu

II. Geometria analityczna

1. Odległość na płaszczyźnie kartezjańskiej, odległość dwóch punktów, współrzędne środka odcinka
2. Odległość punktu od prostej
3. Równanie okręgu w postaci $(x-a)^2 + (x-b)^2 = r^2$, nierówność opisująca koło
4. Wzajemne położenie prostej i okręgu
5. Przekształcanie figur na płaszczyźnie kartezjańskiej przez symetrie
6. Figury na płaszczyźnie kartezjańskiej – zadania

III. Ciągi liczbowe

1. Definicja ciągu liczbowego – funkcji, której dziedziną jest zbiór (lub podzbiór) liczb naturalnych; ciąg skończony i nieskończony
2. Monotoniczność ciągu
3. Ciąg arytmetyczny, wzór na *n*-ty wyraz oraz sumę *n* początkowych wyrazów, wyraz środkowy jako średnia arytmetyczna wyrazów sąsiednich, monotoniczność ciągu arytmetycznego
4. Ciąg geometryczny, wzór na *n*-ty wyraz oraz sumę *n* początkowych wyrazów, zależność $a_n^{\,2} = a_{n-1} \cdot a_{n+1}$
5. Procent składany, oprocentowanie lokat i kredytów bankowych, sprzedaży ratalnej itp.

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

IV. Kombinatoryka, rachunek prawdopodobieństwa oraz elementy statystyki opisowej

1. Proste zadania kombinatoryczne uwzględniające losowanie kolejno ze zwracaniem i bez zwracania oraz losowanie podzbiorów danego zbioru
2. Reguła mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności w prostych sytuacjach kombinatorycznych
3. Doświadczenia losowe, zdarzenia losowe, zbiór zdarzeń elementarnych, działania na zdarzeniach: zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, koniunkcja i alternatywa zdarzeń, zdarzenie przeciwne, zdarzenia wykluczające się
4. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa i jego podstawowe własności
5. Obliczanie prawdopodobieństw zdarzeń w skończonych przestrzeniach probabilistycznych, zastosowanie własności prawdopodobieństwa
6. Elementy statystyki opisowej: badanie próby losowej i jej opis za pomocą liczb charakterystycznych, średnia arytmetyczna, średnia ważona, mediana, dominanta, wariancja i odchylenie standardowe, przykłady badań statystycznych GUS, skala centylowa
7. Wartość oczekiwana, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach

Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy trzeciej uczniowie powinni:

- udowodnić i stosować twierdzenie sinusów;
- udowodnić i stosować twierdzenie cosinusów;
- obliczać kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązywać trójkąty);
- udowodnić i stosować wzór na pole trójkąta: $P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$;
- udowodnić i stosować twierdzenie o dwusiecznej;
- stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich i do obliczania pól figur; obliczać pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
- wyznaczać współrzędne środka odcinka; obliczać odległość dwóch punktów;
- obliczać odległość punktu od prostej;
- stosować równanie okręgu w postaci: $(x-a)^2 + (x-b)^2 = r^2$;
- znajdować punkty wspólne prostej i okręgu;
- znajdować obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu;
- wyznaczać równania prostych równoległych i prostopadłych do danej prostej przechodzącej przez dwa punkty, w szczególności równania stycznych do okręgów, dwusiecznych kątów itp.;
- wyznaczać wyrazy ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym;

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

- podawać przykłady ciągów liczbowych skończonych i nieskończonych;
- obliczać początkowe wyrazy ciągów określonych rekurencyjnie;
- sprawdzać monotoniczność ciągu;
- sprawdzać, czy dany ciąg jest arytmetyczny, czy geometryczny;
- wyprowadzać i stosować wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- wyprowadzać i stosować wzory na n-ty wyraz i sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- stosować zależność między trzema sąsiednimi wyrazami ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego;
- wykorzystywać własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym;
- stosować własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań związanych z bankowością (lokaty i kredyty), w szczególności korzystać z pojęcia procentu składanego, obliczać podatki i zysk z lokat;
- zliczać obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- zliczać obiekty, stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności;
- obliczać prawdopodobieństwo w przykładach wykorzystujących klasyczną definicję prawdopodobieństwa, stosując jego elementarne własności;
- obliczać średnią arytmetyczną i średnią ważoną; wyznaczać medianę i dominantę;
- obliczać odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych) i interpretować ten parametr dla danych empirycznych;
- obliczać wartość oczekiwaną, np. przy ustalaniu wysokości wygranej w prostych grach losowych i loteriach;
- stosować skalę centylową;
- obliczać odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretować odchylenie standardowe zestawu danych dla danych empirycznych;
- krytycznie analizować dane doświadczalne (badania statystyczne) i ich graficzne reprezentacje, operować podstawowymi charakterystykami liczbowymi zestawów danych.

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

Klasa 4
(4 godziny tygodniowo, razem 104 godziny)

Treści nauczania

I. Stereometria

1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni
2. Równoległość i prostopadłość w przestrzeni
3. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych (bez dowodu)
4. Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny
5. Kąt dwuścienny
6. Graniastosłupy, graniastosłupy prawidłowe i proste, prostopadłościany, przekroje prostopadłościanów
7. Ostrosłupy, ostrosłupy prawidłowe, twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości
8. Bryły obrotowe: walec, stożek, kula, sfera
9. Pola powierzchni i objętości wielościanów – powtórzenie wzorów i obliczenia, również z zastosowaniem trygonometrii
10. Pola powierzchni i objętości brył obrotowych – obliczenia, również z zastosowaniem trygonometrii

II. Powtórzenie przed maturą

1. Dowody w algebrze
2. Dowody w geometrii
3. Powtórzenie przed maturą

Przewidywane umiejętności uczniów

Po ukończeniu klasy czwartej uczniowie powinni:

- rozpoznawać wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności nieprzecinające się proste prostopadłe;
- posługiwać się pojęciami kąta między prostą a płaszczyzną i kąta dwuściennego między półpłaszczyznami;
- rozpoznawać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.), obliczać miary tych kątów;
- rozpoznawać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami a płaszczyznami (między krawędziami a ścianami, miedzy przekątnymi a ścianami), obliczać miary tych kątów;
- określać, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;
- stosować twierdzenie o ostrosłupie, który ma wszystkie krawędzie boczne równej długości;

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

- rozpoznawać w walcach i stożkach kąty między odcinkami oraz kąty między odcinkami a płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą stożka), obliczać miary tych kątów;
- wykorzystywać zależność między objętościami brył podobnych;
- obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii;
- przeprowadzać dowody w zakresie zagadnień z algebry;
- przeprowadzać dowody geometryczne.

Propozycja metod kontroli i oceny osiągnięć uczniów

Jednym z najtrudniejszych zadań nauczyciela jest sprawdzanie i ocenianie osiągnięć uczniów. Jego prawidłowe wykonanie jest niezbędne dla:

- ucznia, bo potwierdza lub kwestionuje jego samoocenę (a tym samym uczy właściwego oceniania samego siebie); jest sygnałem do uzupełnienia niedociągnięć; motywuje do dalszego kształcenia oraz rozwijania własnych uzdolnień i zainteresowań;
- nauczyciela, bo dostarcza informacji o poprawności stosowanych metod nauczania oraz stopniu osiągnięcia zamierzonych celów edukacyjnych.

Matematyka jest dyscypliną nauki, w której umiejętności tylko pozornie są łatwe do oceny. Częstym błędem jest np. klasyfikowanie pisemnych rozwiązań zadań wyłącznie w dwóch kategoriach: zrobione błędnie, zrobione bezbłędnie. Tymczasem można tak postępować tylko w stosunku do testów. Największą trudność sprawia ustalenie, w jakim stopniu uczeń rozumie to, co robi. Ważne jest więc stawianie mu pytań sprawdzających zrozumienie kolejnych etapów pracy. Metody sprawdzania osiągnięć ucznia powinny więc być różnorodne. Nie należy przy tym każdego sprawdzania umiejętności kończyć oceną wyrażoną stopniem. Uczeń powinien kształcić się na własnych błędach i twórczo poszukiwać właściwych rozwiązań. Nie wolno dopuszczać do sytuacji, w której strach przed negatywną oceną paraliżuje i odbiera chęć aktywnego uczestniczenia w lekcji. Swobodne wypowiedzi są dla nauczyciela wskazówką, czy proces dydaktyczny przebiega prawidłowo.

Uczniom warto zadawać przygotowanie publicznej prezentacji rozwiązania problemu, który wcześniej opracują w 2–3-osobowych grupach. Takie zadanie skutecznie motywuje do starań o dokładne zrozumienie tematu. Podczas prezentowania wyników pracy przez **jednego** z członków grupy należy dociekliwie pytać: „skąd ten wniosek?”, „dlaczego?”, „czy zawsze?”, „czy dla dowolnych?” itd. Uczniowie przyzwyczajeni do takiej formy pracy zwykle zadają sobie nawzajem podobne pytania podczas przygotowywania prezentacji. Jest to bardzo efektywny sposób nauki, a dla nauczyciela prezentacja jest jedną z najlepszych metod sprawdzenia, czy pojęcia i teorie matematyczne, zwłaszcza trudniejsze, zostały przez uczniów zrozumiane.

Uczniom należy zadawać pracę do domu, ale taka praca spełni swoje zadanie pod warunkiem, że nauczyciel skontroluje poprawność jej wykonania (co jednak nie powinno łączyć się z wystawianiem stopnia).

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.

Nie należy jednak rezygnować z tradycyjnej formy odpowiedzi ustnej ocenianej stopniem. Uczeń powinien umieć zaprezentować swoje umiejętności nawet w dużym stresie. Warto tak zaplanować lekcje, aby w ciągu semestru każdy uczeń otrzymał przynajmniej jedną ocenę z odpowiedzi ustnej.

Pisemne sprawdziany wiadomości to zwykle kartkówki, prace klasowe oraz różnego rodzaju testy. Krótkie kartkówki są wygodną formą kontroli umiejętności nabytych w trakcie ostatnich (3–4) lekcji. Służyć powinny raczej do oceny sprawności rachunkowej, znajomości i stosowania definicji itp., niż do rozwiązywania zadań problemowych. Po większej partii materiału przeprowadza się na ogół godzinne prace klasowe. Przygotowanie prawidłowego zestawu zadań jest dla nauczyciela swoistym wyzwaniem, bo:

- zadań nie powinno być więcej niż trzy, cztery;
- powinny one mieć zróżnicowany stopień trudności;
- rozwiązania powinny dać możliwość oceny pracy w pełnej skali, od niedostatecznej do celującej;
- rozwiązywanie niektórych problemów powinno dawać szanse na wykazanie się myśleniem twórczym.

To tylko niektóre z cech dobrze opracowanej pracy klasowej.

Coraz częściej stosowaną formą pracy pisemnej jest test. Młodzi ludzie wcześniej czy później spotkają się z taką formą sprawdzianu, warto więc ćwiczyć z nimi umiejętność ich rozwiązywania. Praktyka dowodzi, że bez wcześniejszego treningu nawet osobie dobrze przygotowanej merytorycznie trudno prawidłowo rozwiązać egzamin w formie testu.

Zdaniem autora niezwykle ważne jest staranne, rzetelne, w pełni profesjonalne przygotowanie każdego sprawdzianu. Stosując obowiązujący w Polsce system oceniania, należy zadbać o przejrzystość kryteriów i konsekwencję w ich stosowaniu. Wiadomo, jak bardzo niesprawiedliwa lub nieuzasadniona ocena potrafi zniechęcić do nauki.

Zadaniem każdego nauczyciela jest opracowanie na początku roku szkolnego Przedmiotowego Systemu Oceniania zgodnego z Wewnątrzszkolnym Systemem Oceniania. Obydwa dokumenty, zatwierdzone przez Radę Pedagogiczną, powinny uwzględniać specyfikę szkoły, środowisko uczniów, profil klasy itp. Szczegółowe zasady oceniania wewnątrzszkolnego określa statut szkoły, z uwzględnieniem przepisów zawartych w rozporządzeniu Ministra Edukacji Narodowej z dnia 19 kwietnia 1999 r. (z późniejszymi zmianami) w sprawie zasad oceniania, klasyfikowania i promowania uczniów i słuchaczy oraz przeprowadzania egzaminów i sprawdzianów w szkołach publicznych. Prezentowany niżej katalog wymagań programowych należy zatem traktować jako propozycję do rozważenia, wymagającą dostosowania do sytuacji każdej klasy. Dotyczy to zwłaszcza podziału wymagań na dwie kategorie: podstawowe i ponadpodstawowe.

© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.